

Индукция продолжается

24 мая

1. Докажите, что если в числе 12008 между нулями вставить любое количество троек, то получится число, делящееся на 19.
2. В прямоугольнике $3 \times n$ стоят фишки трех цветов, по n штук каждого цвета. Доказать, что можно переставить фишки в каждой строке так, чтобы в любом столбце были фишки всех цветов.
3. При каких $n > 3$ набор гирь с массами $1, 2, 3, \dots, n$ граммов можно разложить на три равные по массе кучки?
4. Известно, что $x + \frac{1}{x}$ – целое число. Докажите, что $x^n + \frac{1}{x^n}$ – также целое при любом целом n .
5. В клетчатом квадрате 1024×1024 вырезали одну из клеток. Докажите, что оставшуюся часть квадрата можно разрезать на уголки из трех клеток.
6. Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета так, что граничащие части будут иметь разный цвет.
7. В теннисном турнире каждый участник сыграл с каждым по партии. Докажите, что участников можно занумеровать так, что каждый выиграл у непосредственно следующего за ним.
8. В городе 2014 домов. Какое наибольшее число замкнутых непересекающихся заборов можно построить так, чтобы любые 2 забора ограничивали разные группы домов и каждый забор ограничивал хотя бы 1 дом?