

## Принцип Дирихле. Бонус.

26 апреля

1. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трех из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.

2. Вдоль правой стороны дороги припарковано 100 машин. Среди них — 30 красных, 20 жёлтых и 20 розовых мерседесов. Известно, что никакие два мерседеса разного цвета не стоят рядом. Докажите, что тогда какие-то три машины, стоящие подряд — мерседесы одного цвета.

3. На складе имеется по 200 сапог 41, 42 и 43 размеров, причем среди этих 600 сапог 300 левых и 300 правых. Докажите, что из них можно составить не менее 100 годных пар обуви.

4. Можно ли увезти из каменоломни 50 камней, веса которых равны 370, 372, ... , 468 кг, на семи трёхтонных грузовиках?

5. Среди любых десяти из ста школьников найдётся три одноклассника. Обязательно ли среди всех ста школьников найдётся

а) 25 одноклассников;

б) 26 одноклассников?

6. В таблице  $10 \times 10$  расставлены целые числа, причем любые два числа в соседних клетках отличаются не более, чем на 5. Докажите, что среди этих чисел есть два равных.

7. Существуют ли пять таких двузначных составных чисел, что каждые два из них взаимно просты?

8. Хозяйка испекла для гостей пирог. К ней может прийти либо 10, либо 11 человек. На какое наименьшее число кусков ей нужно заранее разрезать пирог так, чтобы его можно было поделить поровну как между 10, так и между 11 гостями?

9. Цифры 1, 2, ..., 9 разбили на три группы. Докажите, что произведение чисел в одной из групп не меньше 72.

10. В узлах клетчатой плоскости отмечено 5 точек. Доказать, что есть две из них, середина отрезка между которыми тоже попадает в узел.