ЧЕТНОСТЬ

1. На дереве висело 2013 яблок и 2000 груш. Если сорвать 2 одинаковых фрукта, то вырастет груша, если 2 разных, то вырастет яблоко, если сорвать один фрукт, то вырастет такой же. В конце остался один фрукт, что это за фрукт?

2. Из набора домино выкинули все доминошки, содержащие хотя бы на одном из концов шестерку. Можно ли оставшиеся доминошки выложить в цепочку (в соответствии с правилами игры)?

3. На доске написаны числа $1, 2, 3, \ldots, 2005$. Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать их разность. Можно ли добиться того, чтобы на доске осталось только число ноль?

4. x, y, z, u, v целые числа. Может ли $xyzuv$ быть равно 17325?

5. Можно ли нарисовать на плоскости 239 отрезков так, чтобы каждый пересекал ровно 146 других? А так чтобы каждый пересекал 57 других?

6. Можно ли расставить по кругу 1995 различных натуральных чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел отношение большего из них к меньшему было простым числом?

7. На прямой стоят две фишки, слева – красная, справа – синяя. Разрешается производить любую из двух операций: вставку двух фишек одного цвета подряд в любом месте прямой и удаление любых двух соседних одноцветных фишек. Можно ли за конечное число операций оставить на прямой ровно две фишки: красную справа, а синюю – слева?

8. Радиолампа имеет семь контактов, расположенных по кругу и включаемых в штепсель, имеющий семь отверстий. Можно ли так занумеровать контакты лампы и отверстия штепселя, чтобы при любом включении лампы хотя бы один контакт попал на свое место (т.е. в отверстие с тем же номером)? А если контактов 50?

9. Доказать, что не существует целых чисел a, b, c, d, удовлетворяющих равенствам:
(а) $abcd - a = 2013$, $abcd - b = 2005$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.
(б) $abcd - a = 2012$, $abcd - b = 2005$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.
(в) $abcd - a = 2020$, $abcd - b = 2014$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.

10. Пусть $S(x)$ - сумма цифр натурального числа x. Решите уравнение: $x + S(x) = 2001$.

11. Камни лежат в трёх кучках: в одной - 51 камень, в другой - 49 камней, а в третьей - 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?

ЧЕТНОСТЬ

1. На дереве висело 2013 яблок и 2000 груш. Если сорвать 2 одинаковых фрукта, то вырастет груша, если 2 разных, то вырастет яблоко, если сорвать один фрукт, то вырастет такой же. В конце остался один фрукт, что это за фрукт?

2. Из набора домино выкинули все доминошки, содержащие хотя бы на одном из концов шестерку. Можно ли оставшиеся доминошки выложить в цепочку (в соответствии с правилами игры)?

3. На доске написаны числа $1, 2, 3, \ldots, 2005$. Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать их разность. Можно ли добиться того, чтобы на доске осталось только число ноль?

4. x, y, z, u, v целые числа. Может ли $xyzuv$ быть равно 17325?

5. Можно ли нарисовать на плоскости 239 отрезков так, чтобы каждый пересекал ровно 146 других? А так чтобы каждый пересекал 57 других?

6. Можно ли расставить по кругу 1995 различных натуральных чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел отношение большего из них к меньшему было простым числом?

7. На прямой стоят две фишки, слева – красная, справа – синяя. Разрешается производить любую из двух операций: вставку двух фишек одного цвета подряд в любом месте прямой и удаление любых двух соседних одноцветных фишек. Можно ли за конечное число операций оставить на прямой ровно две фишки: красную справа, а синюю – слева?

8. Радиолампа имеет семь контактов, расположенных по кругу и включаемых в штепсель, имеющий семь отверстий. Можно ли так занумеровать контакты лампы и отверстия штепселя, чтобы при любом включении лампы хотя бы один контакт попал на свое место (т.е. в отверстие с тем же номером)? А если контактов 50?

9. Доказать, что не существует целых чисел a, b, c, d, удовлетворяющих равенствам:
(а) $abcd - a = 2013$, $abcd - b = 2005$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.
(б) $abcd - a = 2012$, $abcd - b = 2005$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.
(в) $abcd - a = 2020$, $abcd - b = 2014$, $abcd - c = 1993$, $abcd - d = 1975$.

10. Пусть $S(x)$ - сумма цифр натурального числа x. Решите уравнение: $x + S(x) = 2001$.

11. Камни лежат в трёх кучках: в одной - 51 камень, в другой - 49 камней, а в третьей - 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?